

Simulare județeană
Examenul național de bacalaureat național 2022
Proba E.c)
Martie 2022
Matematică M_mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați partea reală a numărului complex $z = (3 + 2i)(3 - 2i) - (4 - i)$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că numerele $f(0)$, $f(2)$ și $f(1)$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x} - \sqrt{2} \cdot 2^x = 2^{x+1} - 2\sqrt{2}$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, produsul cifrelor sale să fie mai mare decât 51.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, 2)$ și $B(3, -1)$. Știind că punctul M este simetricul lui A față de B și punctul N este simetricul lui B față de M , determinați coordonatele punctului N .
- 5p** 6. Determinați $x \in (0, \pi)$, știind că $\sin 2x + 6\cos x - \sin x - 3 = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} a & 0 & 2-a \\ 0 & 2 & 0 \\ 2-a & 0 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(2)) = 8$.
- 5p** b) Demonstrați că $A(a) \cdot A(b) = 2 A(ab - a - b + 2)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p** c) Determinați perechile de numere întregi p și q pentru care $A(p) \cdot A(q) = 4I_3$.

2. Pe mulțimea $G = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = 2^{\ln x \cdot \ln y}$.

5p a) Arătați că $x * 1 = 1$, pentru orice $x \in G$.

5p b) Determinați $f \in G$, știind că f este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.

5p c) Determinați $x \in G$ pentru care $x * \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x$.

5p a) Arătați că $f'(x) = 1 + \ln x$, $x \in (0, +\infty)$.

5p b) Determinați $m \in (0, +\infty)$ pentru care tangenta la graficul funcției f în punctul $M(m, f(m))$ este paralelă cu dreapta de ecuație $y = 2x$.

5p c) Demonstrați că $x \ln x + \frac{1}{e} \geq 0$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 e^x$

5p a) Arătați că $\int_0^2 f(x) e^{-x} dx = 4$

5p b) Calculați $\int_1^e \frac{1}{x^2} f(\ln x) dx$.

5p c) Arătați că $\int_0^1 f(x) F(x) dx = 2(e - 3)^2$, unde $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, este primitiva funcției f pentru care $F(0) = 0$.